第三章 向量组的线性相关性

第一节 n维向量

❖ 定义1 n个有顺序的数$a_1, a_2, \ldots, a_n$所组成的有序数组

$$\alpha = (a_1, a_2, \ldots, a_n)$$

称为**n维向量**。数$a_1, a_2, \ldots, a_n$叫做向量α的分量，a_i称为向量α的第i个分量。若一个向量的分量都为实数，则称此向量为实向量；若向量的分量为复数，则称此向量为复向量。本章只讨论实向量。一般我们用小写黑体字母α，β， γ …… 或带箭头的小写字母$\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ …… 表示向量。

- 当n维向量α记为α＝（a_1, a_2, …, a_n）时，称它为n维行向量。行向量其实就是行矩阵。当n维向量α记为

$$\alpha=\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

时，称为n维列向量。列向量其实就是列矩阵。

- 行向量和列向量可以通过转置运算互换。若单就向量的概念而言，它强调的是**n**个数排成的有序数组，它可以排成行向量的形式，也可以排成列向量的形式。

- 当对向量进行运算时，我们实际上是把行向量和列向量分别看成是行矩阵和列矩阵来进行运算的，因此这时α和它的转置向量α^T是两个不同的向量。行向量即行矩阵，列向量即列矩阵。

- 对于一个m行n列的矩阵A，它的每一行都是一个n维向量，而其每一列都是一个m维向量，我们分别称之为A的**行向量**和**列向量**。
- 注意：n维向量作为3维向量的直接推广，有很多性质是和3维向量类似的。但是，三维向量可以用空间中的有向线段直观地表示出来，而n维向量（当$n > 3$时）就没有这种直观的几何意义了，只是沿用几何的术语而也。以后大家在学习n维向量的性质时，如果要分析其几何意义，那么最好是回到三维的情形来思考。

定义2 设 $\alpha=(a_1, a_2, \ldots, a_n)$， $\beta=(b_1, b_2, \ldots, b_n)$是两个n维向量，如果这两个向量的对应分量相等，即

$$a_j=b_j,\ (j=1, 2, \ldots, n)$$

则称 $\alpha=\beta$。分量全为0的向量称为零向量，记为0。

定义3 设 $\alpha=(a_1, a_2, \ldots, a_n)$，

$$\beta=(b_1, b_2, \ldots, b_n)$$

是两个n维向量，λ 是一个实数，则:

（1）向量 $(a_1+b_1, a_2+b_2, \ldots, a_n+b_n)$ 称为向量 α， β 的和，记为 $\alpha+\beta$。即

$\alpha+\beta=(a_1+b_1, a_2+b_2, \ldots, a_n+b_n)$。

（2）向量（λa_1，λa_2，…，λa_n）称为数λ与向量α的乘积，记为λα或αλ，即

$$\lambda\alpha=\alpha\lambda=(\lambda a_1, \lambda a_2, \ldots, \lambda a_n)。$$

（3）向量（$-a_1$，$-a_2$，…，$-a_n$）称为向量α的负向量，

记为－α，即:$-\alpha=(-a_1, -a_2, \ldots, -a_n)$。

求向量的和向量的运算称为**向量加法**，求数与向量的乘积运算称为**向量乘数或向量的数乘**。向量的加法和向量的数乘运算统称为**向量的线性运算**。